Formularium voor afgeleiden

1. Definitie en betekenis van de afgeleide :

$$f'(a) = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$
$$= \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

= de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek van de functie y = f(x) in het punt P(a,f(a))

= tan α , waarbij α de hoek is tussen de x-as en de raaklijn

Notaties. $f'(a)$, $D(f)_{x=a}$ en $\left(\frac{df}{dx}\right)_{x=a}$

De afgeleide functie : $f'(x) = Df(x) = \frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

De vergelijking van de raaklijn in het punt P(a,f(a)) aan de grafiek van de functie y = f(x) : y – f(a) = f'(a) (x-a).

2. Rekenregels

$Dc = 0$ (c is een constante functie)
$Dx = 1$
$D(ax+b) = a$
$D\,x^n = n.x^{n-1}$, $n \in q$
$D(\frac{1}{x}) = -\frac{1}{x^2}$
$D(\sqrt{x}) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
$D(f+g) = Df + Dg$
$D(c.f) = c.Df$ (c is een constante)
Lineariteit : $D(k.f + l.g) = k.Df + l.Dg$ (k en l constanten)

$D(f.g) = Df.g + f.Dg$ en $D(f.g.h) = Df.g.h + f.Dg.h + f.g.Dh$
$D(\frac{f}{g}) = \frac{g.Df - f.Dg}{g^2}$
$D(\frac{1}{f}) = \frac{-Df}{f^2}$

Kettingregel : $[g(f(x))]' = g'(f(x)).f'(x)$
Andere vormen : $D(f\circ u) = D(f(u)).D(u(x))$ met $u = u(x)$
$$\frac{d(f\circ u)}{dx} = \frac{df}{du}.\frac{du}{dx}$$
Toepassingen . $D(u^n) = n.u^{n-1}.Du$ en $D(\sqrt{u}) = \frac{Du}{2\sqrt{u}}$

Afgeleide van de inverse functie : $D[f^{-1}(y)] = \dfrac{1}{D[f(x)]}$ met y = f(x) .

Andere vorm : $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\dfrac{dx}{dy}}$

D(sin x) = cos x

D(cos x) = – sin x

$D(\tan x) = \dfrac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$

$D(\cot x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x} = -\operatorname{cosec}^2 x$

$D(\text{Bgsin } x) = D(\arcsin x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$D(\text{Bgcos } x) = D(\arccos x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$D(\text{Bgtan } x) = D(\arctan x) = \dfrac{1}{1+x^2}$

$D(\text{Bgcot } x) = D(\text{arccot } x) = -\dfrac{1}{1+x^2}$

$D(\ln x) = \dfrac{1}{x}$

$D(\log_a x) = \dfrac{1}{x.\ln a}$

$D(e^x) = e^x$

$D(a^x) = a^x.\ln a$

D(sinh x) = cosh x
D(cosh x) = sinh x
$D(\tanh x) = \dfrac{1}{\cosh^2 x}$

Logaritmisch afleiden $D(u^v) = u^v.(Dv.\ln u + v.\dfrac{Du}{u})$

3. Toepassing uit de fysica

s(t) = de afgelegde weg s in functie van de tijd t
v(t) = de snelheid v in functie van de tijd t
a(t) = de versnelling a in functie van de tijd t

Formules : $v(t) = \dfrac{ds}{dt}$ en $a(t) = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{d^2s}{dt^2}$.