Hoofdstuk 5: Het Miller-effect

1: De feedback-capaciteit

Bij elke reële versterker bestaat er een zogenaamde feedback-capaciteit C_f tussen de uitgang (o) en de ingang (i). Bij een GES is die $C_f = C_{CB}$ en bij een GSS is die $C_f = C_{DG}$. Bij die C_{CB} of die C_{DG} moet eventueel nog de parasitaire capaciteit tussen de reële componenten aan de ingangszijde en de uitgangszijde opgeteld worden.

We zullen aantonen dat zelfs een kleine capaciteit C_f (grootte orde pF) soms toch een grote invloed kan hebben op onder meer de ingangsimpedantie van de schakeling. Dit noemt men het Miller-effect.

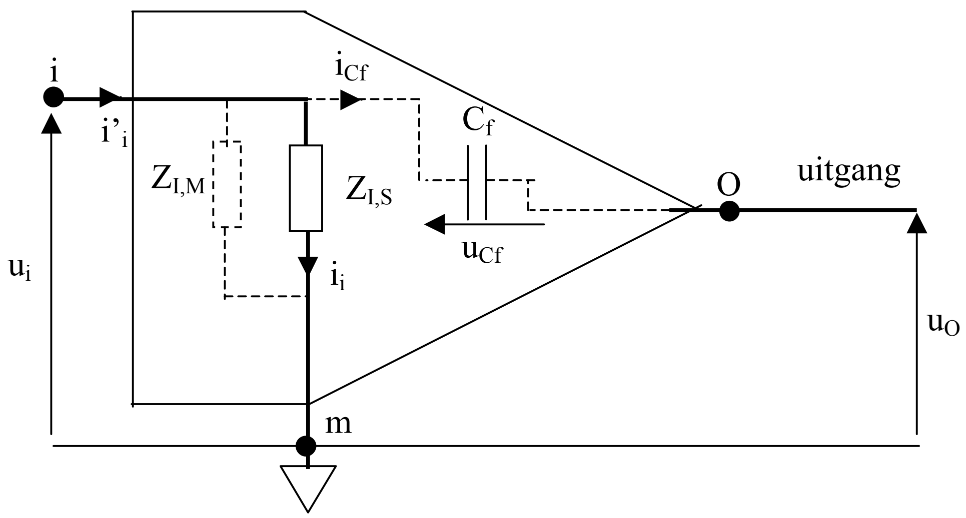
1.1: De ingangsimpedanties

Teneinde het effect van C_f beter te kennen, definiëren we de ingangsimpedanties $Z_{I,S}$ en $Z'_{I,S}$.

De impedantie $Z_{I,S}$ is de ingangsimpedantie van de versterkerschakeling zonder C_f in rekening te brengen. Dit betekent dat met een $C_f = 0$ gerekend wordt, wat dus in realiteit niet bestaat.

De impedantie $Z'_{I,S}$ is de ingangsimpedantie van de versterkerschakeling waarbij C_f wel in rekening gebracht wordt.

Zoals Figuur 5.1 aantoont, zal het aanleggen van een ingangsspanning u_i aan de ingang van de versterker een stroom i_i doen vloeien door $Z_{I,S}$.



Figuur 5.1: Het Miller-effect

Ten gevolge van de condensator C_f zal er een ingangsstroom i_{Cf} door de capaciteit C_f vloeien. Hierdoor levert de u_i-spanningsbron niet enkel de stroom i_i maar ook de stroom i_{Cf}. De u_i-spanningsbron levert $i'_i = i_i + i_{Cf}$.

De extra opgenomen i_{Cf}-stroom kan gemodelleerd worden door een extra impedantie $Z_{I,M}$ parallel met $Z_{I,S}$ te beschouwen. Die extra impedantie $Z_{I,M}$ is de Miller-impedantie en die heeft hetzelfde effect als de 'fysische' C_f welke het vervangt.

Dit alles betekent dat

$$Z'_{I,S} = Z_{I,S} \mathbin{/\!/} Z_{I,M}.$$

Inderdaad, $Z_{I,S}$ is de ingangsimpedantie van de schakeling indien C_f niet in rekening gebracht wordt (of indien $C_f = 0$). Wanneer $C_f = 0$, dan is $i_{Cf} = 0$ zodat $Z_{I,M} = u_i/i_{Cf}$ oneindig groot is.

$Z_{I,M}$ is de bijkomende (parallelle) impedantie ten gevolge van de feedback-capaciteit C_f zodat $Z'_{I,S}$ de ingangsimpedantie is van de schakeling indien C_f wel in rekening gebracht wordt.

2: De Miller-impedantie

We zullen bewijzen dat $Z_{I,M}$ vaak niet verwaarloosbaar is ten opzichte van $Z_{I,S}$. Het niet verwaarloosbare effect van $Z_{I,M}$ zal niet enkel bij hoge frequenties duidelijk zijn, maar ook bij lage frequenties wanneer $|A_V|$ voldoende groot is. De Miller-impedantie kan er voor zorgen dat $Z'_{I,S}$ sterk verschilt van $Z_{I,S}$.

2.1: De condensatorstroom

Stel dat de versterker een spanningsverterking $A = |A_V|$ heeft en een faseverschuiving φ tussen u_O en u_i. Dit betekent dat

$$u_O = u_i\,|A_V|\,e^{j\varphi}.$$

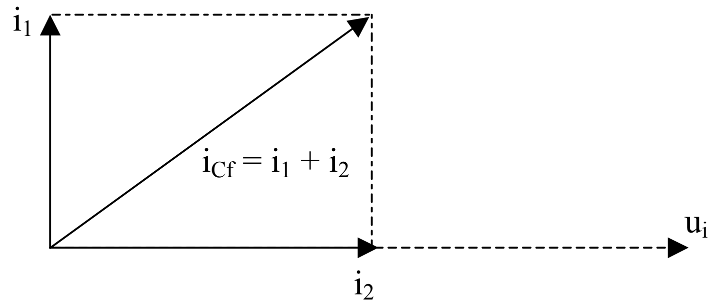
We weten dat $i_{Cf} = u_{Cf}\, j\omega C_f$ waarbij $u_{Cf} = u_i - u_O = u_i(1 - |A_V|\, e^{j\varphi})$. Dit betekent dat

$$i_{Cf} = j\omega C_f\, u_i\, (1 - |A_V|e^{j\varphi}).$$

Aangezien $|A_V|e^{j\varphi} = |A_V| \cos\varphi + j\, |A_V| \sin\varphi$, bekomen we dat

$$i_{Cf} = j\omega C_f\, u_i\, (1 - A \cos\varphi) + \omega C_f\, u_i\, A \sin\varphi.$$

De stroom i_{Cf} bestaat bijgevolg uit twee componenten. Een eerste component is 90° voorijlend ten opzichte van u_i wat betekent dat er een capaciteit verschijnt tussen i en m. Die eerste voorijlende component noteren we als i_1. De tweede component is in fase met u_i wat betekent dat er een weerstand tussen i en m verschijnt. Die tweede component noteren we als i_2.



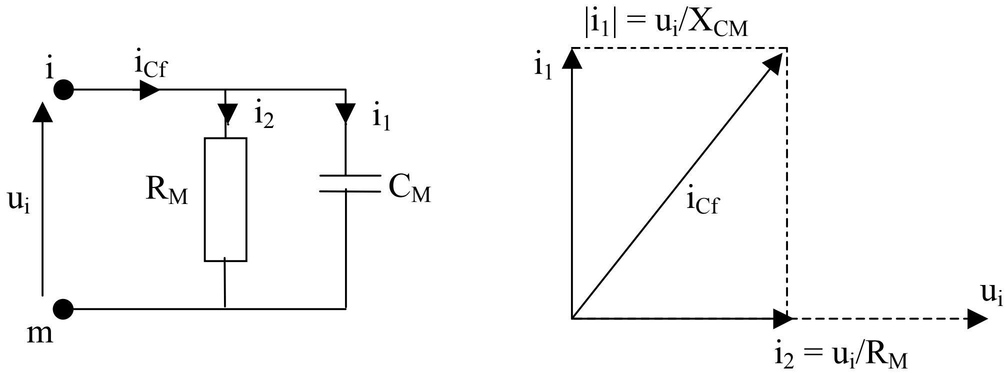
Figuur 5.2: Vectordiagram van de stroom i_{Cf}

Het is bijgevolg duidelijk dat $i_1 = j\ \omega C_f u_i\ (1 - A \cos\varphi) = j\ (u_i/X_{Cf})\ (1 - A \cos\varphi)$ waarbij $X_{Cf} = 1/\omega C_f$.

Het is eveneens duidelijk dat $i_2 = \omega C_f u_i\ A \sin\varphi = (u_i/X_{Cf})\ A \sin\varphi$.

2.2: Het modelleren van de condensatorstroom

Het vectordiagram van de stroom ziet er uit zoals weergegeven in Figuur 5.2. Dit vectordiagram is duidelijk het vectordiagram van een parallelschakeling van een weerstand R_M en een condensator C_M tussen de klemmen i en m.



Figuur 5.3: Modelleren condensatorstroom i_{Cf}

Bemerk dat hier $R_M = u_i/i_2 = u_i/((u_i/X_{Cf})A \sin\varphi) = X_{Cf}/(A \sin\varphi)$.

Bemerk dat hier $X_{CM} = u_i/|i_1| = u_i/((u_i/X_{Cf})(1 - A \cos\varphi)) = X_{Cf}/(1 - A \cos\varphi)$. Aangezien $X_{Cf} = 1/\omega C_f$ en $X_{CM} = 1/\omega C_M$ bekomen we dat

$$C_M = C_f\ (1 - A \cos\varphi).$$

We kunnen besluiten dat er ten gevolge van de capaciteit C_f tussen de uitgang en de ingang van een versterker een Miller-impedantie $Z_{I,M}$ ontstaat in parallel met $Z_{I,S}$. De reële schakeling krijgt dan ook een totale impedantie $Z'_{I,S} = Z_{I,S} // Z_{I,M}$.

De impedantie $Z_{I,M}$ bestaat zelf uit de parallelschakeling van de Miller-weerstand R_M met de Miller-capaciteit C_M.

Conclusie:

We bepalen $X_{Cf} = 1/\omega C_f$, alsook de spanningsversterking $A = |A_V|$ en de fasehoek φ (tussen u_i en u_O) van de versterker. Dan kunnen we de Miller-componenten direct vinden als

$$R_M = X_{Cf}/A\sin\varphi$$

en

$$X_{CM} = X_{Cf}/(1 - A\cos\varphi)$$

of met andere woorden $C_M = C_f\,(1 - A\cos\varphi)$.

2.3: Belangrijke opmerkingen

Aangezien $C_M = C_f\,(1 - A\cos\varphi)$, vindt men aan de ingang een Miller-capaciteit C_M die soms veel groter is (grote A_V) dan de kleine initiële capaciteit C_f die haar veroorzaakt heeft.

Deze capaciteitsvermenigvuldiging met factor $(1 - A\cos\varphi)$ is meestal nadelig, daar zij de ingangsimpedantie van een versterker kan doen dalen. In een capacitance-multiplier kan dit effect echter nuttig aangewend worden. Met bijvoorbeeld een kleine condensator van 100 pF tussen uitgang en ingang kan een versterker (met een $|A_V| = 1000$), kan men een elektronische condensator van ongeveer 100 nF bekomen.

De toegepaste belastingsweerstand R_L aan de uitgang van een versterker, kan $|A_V|$ bepalen alsook (via het Miller effect) R_M, C_M en dus de ingangsimpedantie $Z'_{I,S}$ van de schakeling. Dit betekent dat de ingangsimpedantie $Z'_{I,S}$ mede bepaald wordt door de belastingsweerstand R_L.

3: Voorbeelden en oefeningen

3.1: Laagfrequente versterkers met een zuivere weerstandsbelasting

Een eerste type versterkers zijn de laagfrequent versterkers welke belast zijn met een zuiver ohmse belasting. Het kan hem hier bijvoorbeeld om een GES of een GSS gaan.

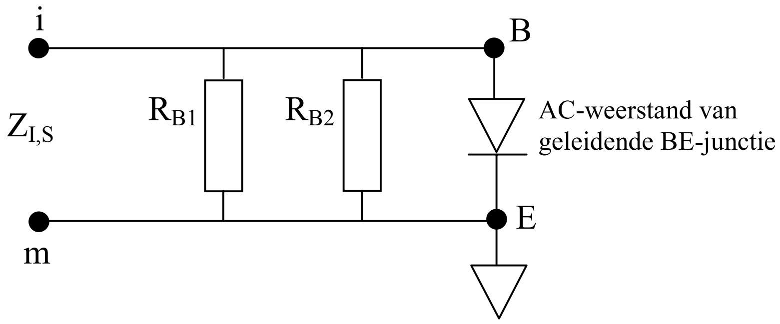
Bij deze versterkers zijn u_O en u_i in tegenfase wat betekent dat $\varphi = 180°$. In dit geval is $R_M = X_{Cf}/A\sin\varphi$ oneindig groot want $\sin(180°) = 0$. Er is dus geen Miller-weerstand.

De Miller-capaciteit $C_M = C_f\,(1 - |A_V|\cos\varphi) = C_f\,(1 + A_V)$ want $\cos(180°) = -1$.

De uitdrukking $Z'_{I,S} = Z_{I,S} \,//\, Z_{I,M}$ is zoals steeds geldig, doch de impedantie $Z_{I,M}$ bestaat enkel uit een capaciteit C_M. Zeker voor iets grotere $|A_V|$ zal $X_{CM} = 1/\omega C_M$ <u>niet te verwaarlozen</u> zijn ten opzichte van $Z_{I,S}$.

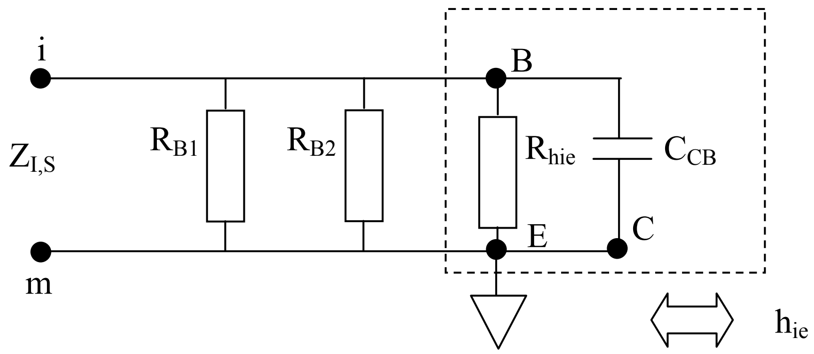
<u>3.2: De GES-schakeling</u>

In de elektronica cursus van het eerste semester (Paragraaf 9.4 in Hoofdstuk 9) zagen we dat bij een GES, de ingangsimpedantie $Z_{I,S} = h_{ie} \,//\, R_{B1} \,//\, R_{B2}$. Hierbij zijn R_{B1} en R_{B2} de instelweerstanden en is h_{ie} de ingangsweerstand van de transistor voor kleine AC-signalen (eerste semester, Paragraaf 6.3 in Hoofdstuk 8).



Figuur 5.4: Bepalen $Z_{I,S}$ bij een GES

In realiteit is h_{ie} <u>niet zuiver ohms</u> (eerste semester, Paragraaf 7.3, Hoofdstuk 8), doch dit is feitelijk enkel merkbaar bij hoge frequenties. In deze paragraaf zal de frequentie-afhankelijkheid van h_{ie} en het niet zuiver ohms zijn van h_{ie} in rekening gebracht worden.



Figuur 5.5: $Z_{I,S}$ van een GES-schakeling

Per definitie is $h_{ie} = u_{be}/i_b$ wanneer $u_{ce} = 0$ (constante U_{CE}). Dit betekent dat $u_O = 0$ of dat de collector voor AC-signalen met de massa m verbonden is. Hierdoor omvat h_{ie} ook de capaciteit C_{CB}.

Zoals Figuur 5.5 laat zien, bestaat h_{ie} feitelijk uit een parallelschakeling van het ohmse gedeelte van h_{ie} (welke we hier noteren als R_{hie}) en de capaciteit C_{CB}.

C_{CB} is echter een kleine capaciteit. Bij lage frequenties is de impedantie van C_{CB} dan ook veel groter dan R_{hie}. We mogen X_{CB} dus <u>verwaarlozen</u> ten opzichte van R_{hie}.

Bijgevolg geldt voor <u>lage frequenties</u> dat

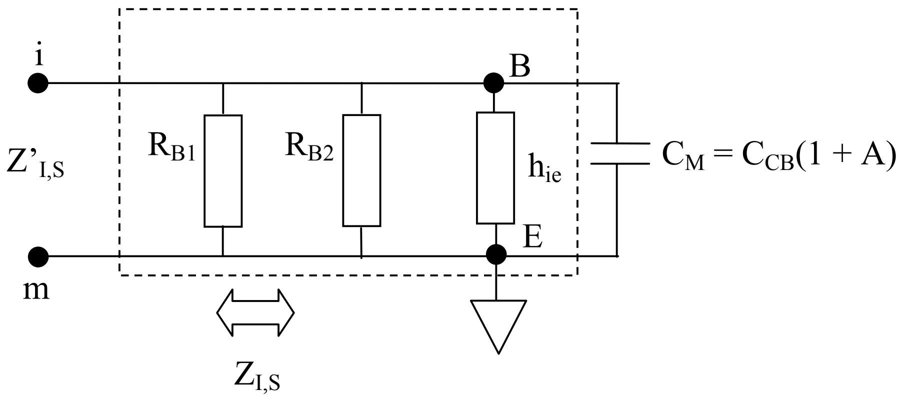
$$Z_{I,S} = h_{ie} \,//\, R_{B1} \,//\, R_{B2} \cong R_{hie} \,//\, R_{B1} \,//\, R_{B2}.$$

Bij <u>hoge frequenties</u> kan uiteraard het effect van C_{CB} niet langer verwaarloosd worden.

Tot nu toe hebben we in de huidige paragraaf nog geen rekening gehouden met het Miller-effect.

Bij een GES, is $C_f = C_{CB}$ en is $A = |A_V| = (h_{fe}R_L)/h_{ie}$ meestal groot. Wanneer het Miller-effect meegerekend wordt, weten we uit Paragraaf 3.1 dat een capaciteit $C_M = C_f\,(1 + A) = C_{CB}\,(1 + A)$ mee in rekening gebracht moet worden.

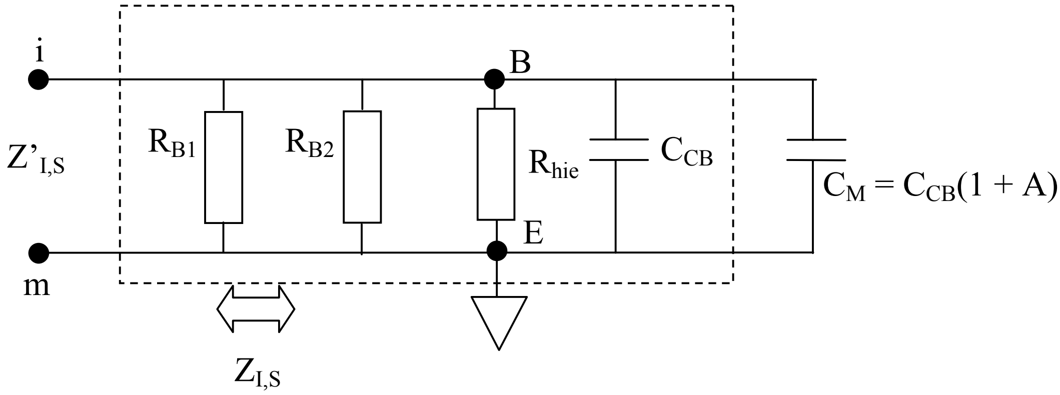
<u>Rekening houdende met het Miller-effect</u> wordt $Z'_{I,S}$ van een GES (bij lage frequenties met een weerstandsbelasting) bepaald zoals weergegeven in Figuur 5.6.



Figuur 5.6: $Z'_{I,S}$ van een GES-schakeling

Aangezien h_{ie} een parallelschakeling is van R_{hie} en C_{CB}, kan Figuur 5.6 concreter weergegeven worden zoals in Figuur 5.7. Als we Figuur 5.7 vergelijken met Figuur 5.5, dan zien we dat parallel met R_{hie} een capaciteit $C_{CB}\,(2 + A)$ meegerekend moet worden in plaats van enkel C_{CB}.

Is voor lage frequenties C_{CB} meestal verwaarloosbaar, C_{CB} (2 + A) is vaak niet verwaarloosbaar. Inderdaad, bij een GES geldt dat $A = |A_V| = (h_{fe} R_L)/h_{ie}$. Een GES schakeling heeft dan ook meestal een grote A zodat C_{CB} (2 + A) meestal flink groter is dan C_{CB}.



Figuur 5.7: $Z'_{I,S}$ van een GES-schakeling

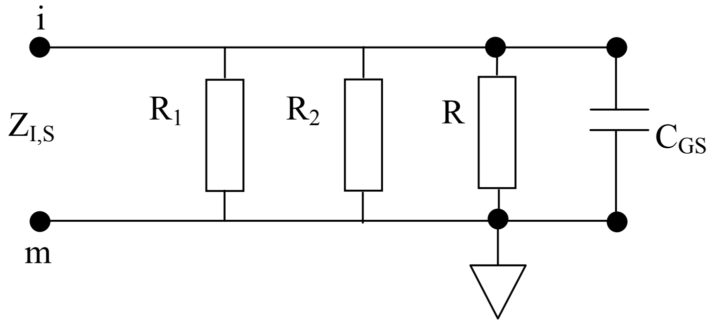
3.3: De GES-schakeling: getallenvoorbeeld

Stel dat een GES met een BC547B een spanningsversterking heeft van 250. Verder is h_{ie} = 1 kΩ (eigenlijk R_{hie} = 1 kΩ), C_{CB} = 4 pF en de instelweerstanden R_{B1} en R_{B2} zijn respectievelijk 33 kΩ en 10 kΩ.

Bepaal $Z_{I,S}$ (de ingangsimpedantie zonder rekening te houden met het Miller-effect) alsook $Z'_{I,S}$ (de ingangsimpedantie waarbij het Miller-effect in rekening gebracht is) bij 16 kHz. Wat kunt u besluiten?

Kunt u bij 160 kHz nog steeds hetzelfde besluit trekken?

3.4: De GSS-schakeling



Figuur 5.8: $Z_{I,S}$ van een GSS-schakeling

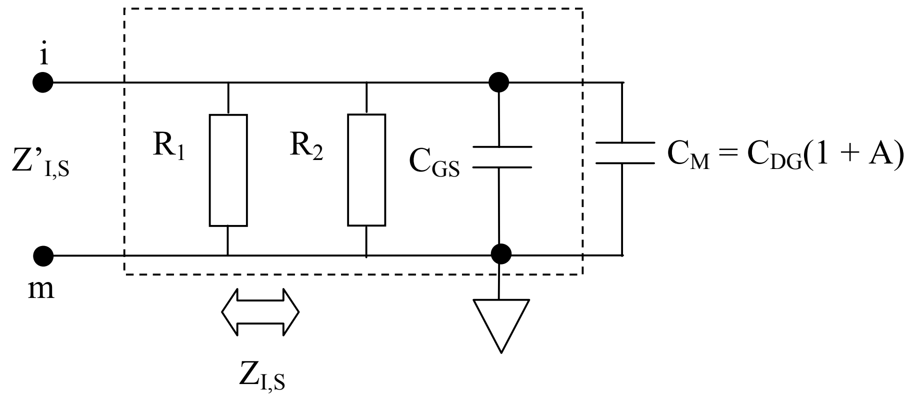
De ingangsimpedantie $Z_{I,S}$ (zonder het Miller-effect in rekening te brengen) is gelijk aan (zie Paragraaf 6.3)

$Z_{I,S} = Z_{I,T} \,//\, R_1 \,//\, R_2$.

We weten dat $Z_{I,T} = R \,//\, (1/j\omega C_{GS}) \cong 1/j\omega C_{GS}$ omdat R erg groot is. Dus ook bij lage frequenties kan R verwaarloosd worden ten opzichte van de condensator C_{GS}. Bemerk dat dit net het omgekeerde is als bij een bipolaire transistor, daar kan bij lage frequenties de condensator verwaarloosd worden ten opzichte van de ohmse weerstand.

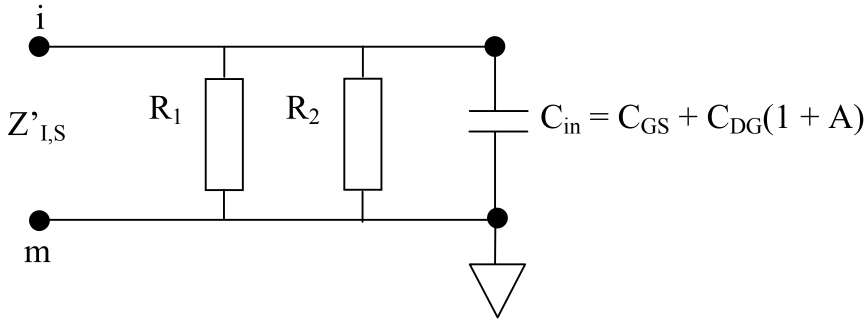
Dus $Z_{I,S} = Z_{I,T} \,//\, R_1 \,//\, R_2 \cong (1/j\omega C_{GS}) \,//\, R_1 \,//\, R_2$.

Indien we nu het Miller-effect niet verwaarlozen, dan krijgen we Figuur 5.9. Hierbij is meteen het effect van de grote weerstand R verwaarloosd. Bij een GSS is $C_f = C_{DG}$, A = $|A_V| = y_{fs}R_L$. Wanneer het Miller-effect meegerekend wordt, weten we uit Paragraaf 3.1 dat een capaciteit $C_M = C_f\,(1 + |A_V|) = C_{DG}\,(1 + A)$ mee in rekening gebracht wordt.



Figuur 5.9: $Z'_{I,S}$ van een GSS-schakeling

Door in Figuur 5.9 de condensatoren C_{GS} en C_M samen te nemen, bekomen we Figuur 5.10.



Figuur 5.10: $Z'_{I,S}$ van een GSS-schakeling

Steunende op Figuur 5.10 bekomen we dat $Z'_{I,S} \cong R_1 \,//\, R_2 \,//\, (1/j\omega C_{in})$ waarbij $C_{in} = C_{GS} + C_{DG}(1 + A)$.

3.5: De GSS-schakeling: getallenvoorbeeld

Stel dat een GSS een spanningsverterking heeft gelijk aan 9. Verder is C_{GS} = 5 pF en is C_{DG} = 0,5 pF. De instelweerstanden bedragen 40 MΩ en 60 MΩ. Bepaal $Z_{I,S}$ en $Z'_{I,S}$ bij een f = 16 kHz.

Ondanks de lage werkfrequentie is het Miller-effect zeker niet verwaarloosbaar.

4: Opmerkingen

Bij hoge frequenties en bij versterkers met niet-ohmse belastingen (capacitieve of inductieve belasting), kan φ ook andere waarden aannemen dan 0° of 180°. Zelfs een laagfrequent versterker (GES of GSS) met inductieve belasting kan dan een φ tussen 180° en 270° vertonen. Verklaar dit!

Nu verschijnt in parallel met $Z_{I,S}$ niet alleen een Miller-capaciteit $C_M = C_f\,(1 - A \cos\varphi)$, maar ook nog een Miller-weerstand $R_M = X_{Cf}/(A \sin\varphi)$ die soms negatief kan zijn (sinφ is negatief als φ ergens tussen 180° en 270 ° ligt).

Vooral bij afgestemde hoogfrequent versterkers (die zeer vaak toegepast worden in de radiotechniek) kan dit laatste (een negatieve R_M) diverse problemen opleveren. Zo kan de versterker beginnen oscilleren of kunnen er andere stabiliteitsproblemen optreden.